



de la Matemelle au Bac, Établissement d'enseignement privé à distance, déclaré auprès du Rectorat de Paris

Classe de Troisième - 1er trimestre

Mathématiques

v.5.1



www.cours-pi.com

Paris 🕲 Montpellier





GUIDE MÉTHODOLOGIQUE



Ce guide de méthodologie vise à expliciter la construction du présent Cours. Ne mésestimez pas son importance.

Au-delà des conseils d'ordre général que vous retrouverez dans les prochaines pages, il apporte un éclairage particulier sur les notions en jeu ce trimestre... et peut donc être très utile, aussi, pour ceux ayant grandi à nos côtés.

Nous vous en recommandons une lecture attentive. Pour partir du bon pied.



Nous y voilà!

Ça y est, dernière année avant le Lycée... et première année d'examen avec l'obtention à venir du Brevet des Collèges!





Pour conclure brillamment ce cycle, vous allez vous servir de tout ce que vous avez appris jusqu'à présent afin de le consolider, l'enrichir et préparer au mieux votre entrée en Seconde.

C'est une année charnière puisqu'il s'agira de vous confronter, pour la première fois, à des conditions d'examen et d'envisager, dans le même temps, votre orientation pour le reste de votre scolarité. Alors soyez motivé et laissez-vous guider vers la réussite!



Ce Cours, comme tous les autres que nous proposons de la Petite Section de Maternelle à la Terminale n'a été imaginé que pour tendre vers un seul et unique objectif : il doit permettre un apprentissage à distance, par correspondance.

Ainsi, toute sa construction est orientée vers cette unique destination : il s'adresse à un élève, seul face aux notions en jeu. Il doit donc apporter et expliquer les notions, mais aussi permettre de s'évader, de s'entraîner et de se tester.

En d'autres termes, il est construit dans l'optique de combler l'absence physique d'un professeur. Sa structure interne permet un avancement linéaire et simplifié : laissez-vous guider !



Tout au long de l'année, vous utiliserez :

1) votre Cours

Vous disposez d'un support de Cours complet : prenez le temps de bien lire les prochaines pages du guide de méthodologie pour en comprendre le fonctionnement. Connaître sur le bout des doigts son outil de travail vous permettra un gain de temps et d'énergie dans vos apprentissages au jour le jour.

2) un cahier sur lequel vous traiterez les exercices, en apportant du soin à la présentation. Libre à vous d'utiliser un classeur et des feuilles, bien entendu.

Ce mode de rangement demande à être plus minutieux, faites attention à ne pas vous laisser déborder et à conserver vos documents correctement ordonnancés.

- 3) un cahier de brouillon sur lequel vous pourrez chercher, si nécessaire, des pistes de solutions aux exercices et problèmes posés.
 - 4) des fiches sur lesquelles vous pourrez faire des synthèses régulièrement.

Nous aborderons leur conception et leur utilisation, un peu plus loin dans ce guide de méthodologie. Retenez dès à présent qu'une bonne fiche est une fiche qui vous convient.

Ainsi, nous aurions tendance à trouver plus pratique et plus durable des fiches réalisées sur un papier cartonné tenant facilement dans la main (format A5 par exemple), mais libre à vous de choisir un mode de fonctionnement complètement différent.

- 5) pour la géométrie : une règle graduée, une équerre, un compas et des crayons papier bien taillés.
- 6) une calculatrice scientifique pour le collège (CASIO, TEXAS ou HP). N'utilisez pas de calculatrice quelconque car elle risque de ne pas fonctionner de la même manière que les calculatrices scientifiques.

7) un ordinateur

La réforme des programmes donne une part plus importante aux outils numériques. Il est donc nécessaire de disposer d'un ordinateur, et **recommandé d'avoir la possibilité d'imprimer**.

Vous utiliserez cette année un tableur ainsi que les logiciels « Algobox » et « Scratch ». Vous trouverez les liens de téléchargement de ces logiciels gratuits en une simple recherche sur Internet, ou **directement sur** la page dédiée de notre **site internet** :

www.cours-pi.com/ressources

Comme nous le détaillerons ci-après, ce Cours requiert également le téléchargement de fichiers numériques conçus par notre auteur. Vous les trouverez à la même adresse.



Le présent ouvrage trouve en son sein plusieurs entités qui s'entremêlent et découlent l'une de l'autre. Ainsi, on distinguera :



Le guide de méthodologie, pour appréhender notre pédagogie

La lecture complète et attentive du présent guide de méthodologie permet de comprendre le cadre de travail proposé. Un retour à son contenu en cours d'année et plus encore dans les premières semaines apparaît souhaitable, pour mettre toutes les chances de réussite de votre côté!



Les leçons détaillées, pour apprendre les notions en jeu

Ces dernières doivent être lues attentivement, et bien entendu comprises. Elles sont le cœur des apprentissages et il est absolument inutile et contre-productif d'avancer si elles ne sont pas totalement assimilées. Nous vous les présenterons en détail, un peu plus loin, dans ce même guide de méthodologie.



Les exemples et illustrations, pour comprendre par soimême

Les exemples et les séquences « A Vous De Jouer » sont nombreux et permettent de se représenter concrètement la règle tout juste expliquée. Il ne faudra pas hésiter à les analyser en détail, pour une bonne compréhension de la notion.

Les prolongements numériques, pour être acteur et aller plus loin



Ce Cours requiert le **téléchargement de fichiers informatiques** conçus par l'auteur des *Cours Pi* et qui seront **indispensables** à l'élève.

Vous les trouverez à l'adresse suivante : www.cours-pi.com/ressources

N'hésitez pas à contacter votre référente administrative pour toute aide qui s'avérerait nécessaire.

Des exercices d'application, pour s'entraîner encore et encore



Parce que « penser qu'on a tout compris » est une chose... et parce que se confronter à la réalisation d'exercices et se le prouver en est une autre, vous en trouverez de nombreux dans cet ouvrage. Ils doivent être faits, voire refaits.

Nous jugeons le volume suffisant pour permettre à l'élève de s'approprier chacune des notions. Toutefois, nous savons certains soucieux de vouloir encore approfondir une connaissance en disposant de davantage d'exercices d'application.

Nous comprenons cette attente, mais souhaitons toutefois vous alerter sur le pendant à cette tentation parentale. Celle-ci, souvent constatée, est compréhensible, part d'une réflexion positive et a toujours pour objectif de vouloir le meilleur. Mais attention, la frontière est ténue entre cette volonté et la surcharge de travail.

Des corrigés d'exercices, pour vérifier ses acquis



Les exercices précités disposent de corrigés-types disponibles et regroupés en fin de fascicule. Pour une meilleure manipulation, vous les repérerez à leur impression sur papier de couleur.

Des devoirs, pour être encouragé par son professeur



Proposés hors fascicule, tous les détails les concernant sont présentés ci-après.

Votne aide au quotidien



Votre Responsable Pédagogique

Notre Etablissement a fait le choix d'asseoir son développement sur une Direction pédagogique à même d'être, pour vous, un **repère permanent** (lundi au vendredi) et **capable de vous orienter** et **de répondre** à vos questionnements pédagogiques et de trouver des solutions sur-mesure.

Spécialistes de l'enseignement des matières scientifiques ou littéraires, ils sont là pour vous. Référez-vous au « Carnet de Route » pour retrouver toutes ses attributions et découvrir comment il peut vous aider, au quotidien.

Votre Professeur

N'hésitez pas à solliciter votre professeur pour toute incompréhension, notamment lors d'un besoin d'éclaircissement sur les corrections qu'il a effectuées.

Nos professeurs-correcteurs étant enseignants de métier et spécialistes de leur discipline, ils sont pour vous un 2^{ème} point d'entrée pédagogique.





POULPI

Votre portail numérique

Pour se réunir, s'entraider, s'informer, administrer comptes et cursus, envoyer gratuitement & recevoir les devoirs. Et tellement plus encore !

Par exemple, pour votre aide du quotidien :

- La salle des profs : l'équipe pédagogique est à votre écoute, afin de répondre à vos interrogations, à vos questionnements et afin de vous conforter dans vos choix et orientations.
- Le café : allez faire un tour au café virtuel de PoulPi pour vous retrouver entre parents et partager votre expérience.
- La salle d'étude, espace consacré à la coopération entre élèves, sous l'œil bienveillant des encadrants pédagogiques de l'Etablissement.
- La salle d'expo, lieu de valorisation où les élèves partageront leurs réalisations, leurs exposés et leurs créations.

Votre Bureau de la Scolanité

Les membres du Bureau de la Scolarité sont à votre écoute pour toute question d'ordre administratif.

Retrouvez les contacts – mail et ligne téléphonique directe – dans le « Carnet de Route ».



L'appnentissage au quotidien

Remarque liminaire: avançons tout de go que notre Cours est ainsi construit que le simple fait d'en suivre l'ordre chronologique doit permettre un avancement serein.

Dit autrement, il a été conçu pour que vous n'ayez qu'à vous laisser guider, page après page.

Toutefois, parce que certains élèves peuvent rencontrer des difficultés pour assimiler une notion et qu'il nous est déjà arrivé, à nous parents, de ne pas réussir à transmettre une idée ou un concept, nous avons choisi de vous proposer ci-après quelques techniques ou astuces pour appréhender différemment les notions et contourner le blocage.

Ainsi, avant de commencer notre première leçon, nous allons vous donner quelques outils organisationnels et pédagogiques afin de vous guider tout au long de vos apprentissages.



Contexte

Pour ce Cours de Mathématiques, aucun apport extérieur spécifique n'est nécessaire, seul le présent fascicule est indispensable : il s'autosuffit.

Munissez-vous du matériel nécessaire (précisé ci-dessus), installezvous dans un endroit calme et assurez-vous de ne pas être dérangé durant la séance.

Privilégiez pour les temps d'apprentissage, les moments où vous êtes est le plus réceptif. Par expérience, les matinées sont propices à un bon niveau de concentration.

Il est inutile de chercher à mémoriser tout son cours en une après-midi ou en un jour. Travailler de manière régulière un cours permet de l'assimiler en profondeur. Il vaut mieux relire un cours une demi-heure tous les jours que d'essayer de l'apprendre superficiellement en une fois.

Reposer son esprit après une séance de révision permet de consolider ce qui vient d'être appris. Il faut donc se ménager des heures de détente dans ses périodes de révision pour faire autre chose et se distraire.

Relire un cours avant de s'endormir est un bon moyen également de l'intégrer. Un manque de sommeil et d'énergie perturbe la mémorisation et la rend plus difficile : il faut donc veiller à garder un bon rythme de sommeil.



Savoir apprendre

On est tous différents pour apprendre!

Avant d'apprendre, il faut commencer par lire et comprendre la nouvelle notion de cours proposée.

Mais comment l'apprendre ensuite?

Bien mémoriser est un exercice qui demande de l'entraînement mais aussi des techniques ou des astuces. Cela dépend également de votre profil : auditif, visuel, kinesthésique.

Apprendre à « savoir se connaître » est une étape clé pour assurer un bon apprentissage. Alors, vous, qu'êtes-vous ?



Vous êtes plutôt auditif si vous vous racontez le cours comme une histoire. Vous avez besoin de parler, d'entendre, pour mémoriser. Répéter son cours à haute voix et plusieurs fois dans une pièce isolée et silencieuse permet de le mémoriser plus facilement. Vous pouvez également enregistrer la leçon à apprendre et l'écouter aussi souvent que possible.



Vous êtes plutôt visuel si vous avez besoin de voir, d'écrire, de recopier plusieurs fois les mots, les définitions pour les mémoriser.

Vous pouvez utiliser des schémas, des graphiques pour apprendre. Notez les mots nouveaux ou difficiles et n'hésitez pas à illustrer leur sens ou à écrire les formules du cours en utilisant des couleurs, des flèches, etc.

Vous pouvez également réciter votre cours par écrit, les mathématiques s'y prêtent bien.



Vous êtes plutôt kinesthésique et vous avez besoin de bouger, de manipuler des objets pour mémoriser. Vous apprenez mieux en vous déplaçant, en mimant les choses.

Vous apprenez mieux lorsque vous pouvez participer, toucher, agir, imiter, donc être physiquement actif. Vous aimez le mouvement donc n'hésitez pas à vous procurer un tableau blanc par exemple et à vous déplacer pour prendre des notes, manipuler des objets (balles, bâtons, etc.), chercher des exercices ou encore y mimer le cours.

Pour apprendre, chaque personne fait appel à ses sens et ces profils déterminent nos principaux canaux de mémorisation. Bien sûr, nous pouvons appartenir à plusieurs profils à la fois. Nous vous proposons de réaliser le test (VAK), test permettant de déterminer vos dominantes en nous rejoignant sur notre plateforme numérique : www.cours-pi.com/ressources



Apprendre au quotidien

Lorsque l'on connait son cours, on doit pouvoir le réexpliquer facilement, en utilisant les mots-clefs, les notions et le vocabulaire attendus.

Lorsqu'une leçon ou un concept est plus difficile à assimiler, il ne faut pas le mettre de côté ou faire d'impasse dessus mais plutôt y revenir plusieurs fois jusqu'à l'avoir assimilé.

Maîtriser parfaitement son cours est nécessaire pour progresser. Les éléments de cours vus tout au long de l'année vont servir « d'outils ».

Au travers des exercices, vous apprendrez à utiliser au mieux ces outils. Il est donc important de travailler les deux aspects de cette matière : cours et exercices.

Décortiquons ensemble les différents éléments que vous retrouverez dans votre Cours.

1) LES NOTIONS DE COURS ET LEUR ILLUSTRATION

Les notions de cours sont présentées dans des **encadrés bleus** et accompagnées d'un **exemple clair**. *En voici un exemple :*

Les 0 à gauche d'un nombre sont inutiles et doivent être généralement supprimés. Les autres doivent être conservés.

{ Exemple : 052 = 52, mais 52 et 520 sont des nombres différents. }

2) LES DÉFINITIONS OU CONCEPTS-CLÉS

Les encadrés rouges correspondent à des **définitions** ou à des **résultats importants qu'il faut connaître** et le **mot-clé** est **surligné en jaune**. *Par exemple :*

On appelle somme le résultat d'une addition.

3) LES APPORTS MÉTHODOLOGIQUES

Les **encadrés arrondis** correspondent à des **conseils méthodologiques**. Ils sont toujours présentés sur **fond vert**. *Par exemple :*

Méthode
On commence par chercher s'il existe un facteur commun (celui-ci doit apparaître...)



Savoir appliquer

A ce stade, vous avez appréhendé la notion en jeu. Vous allez maintenant vérifier que la notion est bien comprise.

Qu'elle est « autant comprise » que ce que vous imaginiez.

Pour cela, vous allez vous la réapproprier à l'aide de la rubrique « à vous de jouer ».

En effet, à la suite de chaque notion de cours, nous vous proposons une application directe de celle-ci. Cela permet de **tester votre compréhension à chaud**.

Elles sont toujours signalées par le petit pictogramme ci-contre.

Chaque « à vous de jouer » est numéroté. Par exemple : 3

Cette numérotation vous permettra d'en retrouver simplement la correction; la solution de l'application de cours « numéro 3 » étant donnée à la fin du livret et spécifiée par le code « AVDJ 3 » (pour « A Vous De Jouer numéro 3 »).



Apprendre à retenir

Comprendre sur l'instant est important. Et souvent gratifiant.

Mais tout l'enjeu sera pour vous d'ancrer durablement vos savoirs, de ne pas les oublier, car les notions d'aujourd'hui seront aussi utiles demain.

Mais alors, comment faire ? Une excellente solution est de **synthétiser** la partie du cours et de vous créer, au fur et à mesure, des **fiches**.



La valeur d'un chiffre dépend de sa position dans le nombre.

La première classe est celle des millérs ou des mille.

La troisième classe est celle des millions

La quatrième classe est celle des millions

La première classe est celle des millions

Millions

Millions

Millions

Millions

Les fiches sont très efficaces pour mémoriser un cours car elles concentrent sous forme de notes les éléments les plus importants à connaître, tout ce que vous devez savoir pour pouvoir traiter n'importe quelle question.

Mettons en pratique cette solution en l'appliquant à la première notion du cours que vous tenez entre vos mains : « les nombres ».

Pour rappel, à ce stade, vous avez lu, relu, compris les notions de cours, puis vous vous en êtes assurés en les appliquant (rubrique « à vous de jouer »).

Dans l'exemple ci-contre, nous avons isolé trois notions issues d'une notion de cours.

Les trois notions représentées par les boules de couleur ont été résumées par la fiche située en bas de l'entonnoir : il s'agit de condenser plusieurs informations en un résumé compréhensible du premier coup d'œil! Attention, il n'est pas nécessaire de tout noter sur la fiche. Apprendre à faire une synthèse est un excellent exercice.

Elle synthétise le cours sous forme de notes et met en évidence les éléments-clefs. Elle doit être claire et lisible : les codes de couleur permettent de stimuler la mémoire visuelle et favorisent la restitution d'un contenu. Surligneurs, crayons et stylos de différents coloris sont donc de rigueur pour entourer, hachurer ou légender.

En voici quelques exemples:

Unités de contenance • unité de volume : m³ • 1L = 1 dm³ • volume d'un cube de côté c : C x C x C • volume d'un parallélépipède rectangle de longueur L, de largeur l, de hauteur h : L x l x h • etc.

Le repérage dans le plan

- axe horizontal : abscisses
- axe vertical : ordonnées
- un point A est repéré dans ce repère par un couple de nombres appelés coordonnées
- coordonnées d'un point A (abscisse; ordonnée)
- etc.

La proportionnalité

- deux grandeurs sont proportionnelles lorsqu'on obtient la seconde en multipliant la première par un même nombre appelé coefficient de proportionnalité.
- le coefficient de proportionnalité entre V1 et V2 est le quotient $\frac{V_1}{V_2}$
- etc.

Une fiche bien faite et bien apprise vous permettra de « déplier » vos connaissances : vous serez capable d'expliquer en plusieurs phrases (quelle formule, pour quoi faire, quand l'utiliser...) ce qui est résumé en quelques mots sur la fiche (retour à l'entonnoir!)

Une fiche est un travail de synthèse personnel, vous devez la faire vous-même pour qu'elle vous soit bénéfique : elle est aussi le reflet de ce que vous êtes, colle à votre « savoir apprendre ».



S'entraîner encore et encore

Après avoir lu et compris la notion puis traité l'application directe avec succès, vous pouvez vous confronter aux exercices dans l'ordre donné. Ils sont proposés directement après chaque notion.

Par exemple:

Exercice 4

Écrire en lettres : 514 800 – 3 514 321 006 – 62 300

Prenez l'habitude de **soigner la rédaction** des exercices. N'hésitez pas à chercher la solution au **brouillon** si nécessaire.

N'ayez pas peur d'écrire au brouillon des choses fausses lorsque vous êtes en phase de recherche de solution. Il faut souvent chercher pour trouver!

Une fois la solution à portée de crayon, prenez le temps de rédiger une réponse claire.

Les exercices précités disposent de corrigés-types disponibles et regroupés en fin de fascicule.

Pour une meilleure manipulation, vous les repérerez à leur impression sur papier de couleur.

Ne négligez pas le temps passé à corriger les exercices faits. L'analyse d'une bonne réponse (via l'explication de la règle utilisée) est une solution pédagogique fort utile pour faire le lien entre le « j'ai compris la règle » et le « je sais la mettre en pratique ».

Dans le cas d'une erreur, l'étude du corrigé est encore plus importante. Le constat de l'erreur, son analyse et sa compréhension sont des signes de progression.

Un élève qui retrouve ses erreurs, les comprend et les corrige est un élève faisant preuve d'une grande maturité et un élève qui progresse : si l'on savait déjà tout, nul besoin d'apprendre.



Lorsque vous repérez ce type de ressemblance, faites une fiche récapitulant la notion de cours ainsi que la méthode associée à ce profil d'exercice.

Dans ce cas, vous pouvez élaborer des **fiches de révision « résolution de problème »** : il s'agit simplement d'une organisation différente des fiches. *Ci-contre, un exemple en image :*

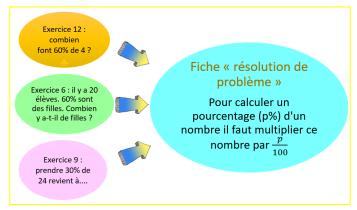
Savoir analyser

A la fin d'une série d'exercices, il se peut que vous ayez appris à répondre à un même profil de questions.

Certains exercices appartiennent à la **même famille**, ainsi la **réponse** au problème est souvent de **même nature**.

Réussir à les distinguer vous permettra, à l'avenir, de faciliter votre approche d'un exercice ; de rendre votre réflexion « mécanique ».

Lors d'un examen ou d'un moment de stress majeur, pouvoir vous reposer sur ce type de certitudes vous permettra de maximiser vos chances de réussite.





Apprendre autrement

Les techniques pour tester vos connaissances sont multiples.

Elles sont autant de moyens d'apprendre autrement et de tester vos connaissances.

Vous pouvez par exemple élaborer une liste de questions auxquelles vous devez être capable de répondre : **créez-vous un quiz**.

Pour mémoriser les réponses, piochez des questions au hasard et tentez d'y répondre. Si vous n'avez pas la réponse, n'hésitez pas à faire des allers-retours entre les questions et votre cours.

Si vous êtes d'humeur créative, voici une variante amusante du petit auto quiz que vous pouvez réaliser pour vous aider à apprendre :

- ✓ Notez sur différents papiers des morceaux de cours et mélangez-les.
- Essayez ensuite de les assembler correctement afin de retrouver les bonnes définitions.

Voici, pour exemple, une application sur différentes formes géométriques. Après les avoir mélangés, retrouvons les bonnes associations « nom de la forme géométrique + propriété(s) ».



Il vous aurait bien sûr fallu associer « cylindre de révolution » avec « deux disques parallèles appelés bases » et « une face latérale s'appuyant sur les contours du disque » ; « pyramide régulière » avec « une base qui est un polygone régulier » et « des faces latérales triangulaires isocèles » ; « cône de révolution » avec « un disque appelé base ».

N.B.: notez que pour rendre le jeu plus simple, nous avons fait le choix d'inscrire les thèmes (en l'occurrence les noms des formes géométriques) sur des papiers de la même couleur et de ne pas vous présenter toutes les caractéristiques de chaque notion.



Tester son savoir

Un grand nombre de devoirs émaille tous nos ouvrages de Cours. C'est à dessein.

Placés à des endroits clés des apprentissages, ils permettent la vérification de la bonne assimilation des enseignements, qui plus est par quelqu'un dont c'est le métier.

Aux *Cours Pi*, nous avons choisi de vous faire accompagner par un même et unique professeur tout au long de votre année d'étude. Pour un meilleur suivi personnalisé, et pour faciliter les échanges et créer du lien. Référez-vous au fascicule de présentation reçu avec les devoirs pour l'identifier et découvrir son parcours.

Nous vous engageons à respecter le moment indiqué pour faire les devoirs. Vous les identifierez par le bandeau suivant :

Composez maintenant le devoir n°1

Il est important que vous puissiez tenir compte des remarques, appréciations et conseils du professeurcorrecteur. Pour cela, il est très important d'envoyer les devoirs au fur et à mesure et non groupés. C'est ainsi que vous progresserez!

Donc, dès qu'un devoir est rédigé, envoyez-le aux Cours Pi par le biais que vous avez choisi :

- 1) Par soumission en ligne via votre espace personnel sur PoulPi pour un envoi gratuit, sécurisé et plus rapide
 - 2) Par voie postale à Cours Pi, 9 rue Rebuffy, 34 000 Montpellier

Vous prendrez alors soin de joindre une **grande enveloppe libellée à vos nom et adresse**, et **affranchie au tarif en vigueur** pour qu'il vous soit retourné par votre professeur

N.B. : quel que soit le mode d'envoi choisi, vous veillerez à **toujours joindre l'énoncé du devoir** ; plusieurs énoncés étant disponibles pour le même devoir.

N.B.: si vous avez opté pour un envoi par voie postale et que vous avez à disposition un scanner, nous vous engageons à conserver une copie numérique du devoir envoyé. Les pertes de courrier par la Poste française sont très rares, mais sont toujours source de grand mécontentement pour l'élève voulant constater le résultat des fruits de son travail.



Savoir réussir

Les devoirs constituent le moyen d'évaluer l'acquisition de vos savoirs (« ai-je assimilé les notions correspondantes ? ») et de vos savoir-faire (« est-ce que je sais expliquer, justifier, conclure ? »).

Il n'y a aucun doute que vous ayez la totale capacité pour réussir le devoir qui vous sera proposé.

Néanmoins, en suivant les conseils ci-après vous maximiserez vos chances de ne pas perdre inutilement des points en route...

- ✓ Utilisez des copies doubles grand format (pour y insérer par la suite l'énoncé et le corrigé).
- ✓ **Présentez** la copie **correctement** (nom, prénom, classe, matière, numéro de devoir doivent figurer sur chaque copie pour éviter toute erreur ou perte). Laissez de l'espace pour le correcteur.
- ✓ Lisez bien attentivement les énoncés et soyez attentifs à bien recopier les valeurs données. Avant de vous lancer dans un exercice, ne sous-estimez pas le temps que vous passerez à analyser la consigne. C'est là une des étapes trop souvent ignorées par les élèves : on ne peut réussir correctement un exercice sans en avoir bien compris les consignes.

- Faites les exercices dans l'ordre. Si une question n'est pas faite, il faut l'indiquer sur la copie. Si la question est faite directement sur l'énoncé, il faut également l'indiquer.
 - ✓ Faites attention à l'orthographe!
 - Justifiez vos réponses même si l'énoncé ne le précise pas.
- ✓ **Soignez vos figures.** Il est conseillé de faire les figures sur une feuille blanche, que vous découperez et collerez. Cela permet de refaire une figure ratée en laissant sa copie propre!
- ✓ Mettez en valeur vos résultats (ce n'est pas au correcteur de chercher où sont les réponses !) et répondez dès que possible aux questions en faisant des phrases complètes. Un lecteur n'ayant pas lu l'énoncé doit pouvoir comprendre votre copie !
 - √ Vérifiez la cohérence de vos résultats.
- ✓ Détaillez les calculs (remarque : on ne met pas d'unités dans une ligne d'opération, mais seulement dans la conclusion !).
 - ✓ Évitez d'utiliser la calculatrice en mathématiques, lorsque l'opération peut se faire sans son aide.
- ✓ **Utilisez correctement les notations mathématiques** : une mauvaise notation rend un raisonnement faux !
- ✓ Si vous rencontrez des difficultés lors de la réalisation de votre devoir, n'hésitez pas à le mettre de côté et à revenir sur les leçons posant problème. Le devoir n'est pas un examen, il a pour objectif de s'assurer que, même quelques jours ou semaines après son étude, une notion est toujours comprise.
- ✓ Si un devoir vous semble long, vous pouvez répartir sa rédaction sur plusieurs jours. Aux Cours Pi, chaque élève travaille à son rythme, parce que chaque élève est différent et que ce mode d'enseignement permet le « sur-mesure ».
- Lorsque vous recevrez votre devoir corrigé, regardez-le pour comprendre vos éventuelles erreurs, les annotations du professeur-correcteur et au besoin refaites les exercices non compris. Chaque devoir corrigé vous sera retourné avec un corrigé-type. N'hésitez pas à vous référer également à lui. Même si vous avez obtenu une bonne note, lisez attentivement les remarques du professeur et le corrigé (la correction peut éventuellement proposer une autre méthode que celle que vous avez utilisée).



En conclusion

Vous voilà prêt!

Pour notre part, nous allons vous accompagner tout au long de la classe de Troisième, avec le souci permanent de vous permettre de progresser avec succès dans cette matière : n'hésitez jamais à venir vers nous, vous n'êtes pas seul.

Les outils de travail et conseils pédagogiques abordés ci-dessus ne sont pas indispensables mais pourront vous être utiles à tout moment.

www.cours-pi.com

Suivez pas à pas le présent fascicule, en respectant les consignes de progression et en allant à votre rythme, car c'est celui qui vous convient le mieux.

N'essayez pas d'aller trop vite, prenez le temps de découvrir cette matière et de vous approprier chaque notion.

Vous avez désormais toutes les cartes en main pour démarrer. Sachez que la clé de la réussite en mathématiques est de travailler régulièrement et de s'efforcer à **comprendre avant d'apprendre**. Alors à vos cahiers et crayons, **ayez confiance en vos capacités** et surtout **gardez un esprit curieux**!





Ce Cours de Mathématiques 3^{ème} est **strictement conforme** aux tout derniers programmes proposés par le Ministère de l'Education nationale – *Bulletin officiel spécial n°31 du 30 juillet 2020*.

Désormais, la classe de Troisième est la dernière année du cycle 4 (5^{ème}, 4^{ème}, 3^{ème}), cycle des approfondissements.

Le programme de Mathématiques qui sera vu tout au long de ces trois années est « structuré en quatre thèmes classiques : nombres et calculs ; organisation et gestion de données, fonctions ; grandeurs et mesures ; espace et géométrie. En outre, un enseignement de l'informatique est dispensé (...) ».

En Quatrième, les élèves approfondiront les « notions et concepts qu'ils ont déjà abordés » :

- ✓ pourcentages, mise en place des premiers outils statistiques, repérage sur une droite ou un plan
- ✓ calcul sur les nombres relatifs entiers et décimaux, calcul littéral (initiation)
- ✓ représentations de figures de l'espace, étude des symétries
- ✓ calculs d'aires et de volumes

Lors de l'utilisation du logiciel Scratch, en 5^{ème} et en 4^{ème}, nous avons décidé de vous présenter sa version anglaise afin de favoriser l'interdisciplinarité – comme voulu par le Ministère de l'Education nationale – et afin de sensibiliser l'élève au « véritable » langage informatique dominé par la langue anglaise.

Toutefois, son développement en classe de 3^{ème} se fait, lui, en Français, afin de mettre les élèves dans les meilleures conditions pour le Brevet des Collèges où les constructions et consignes sont présentées en Français.



.....i

- Calculs numériques (rappels)
 - A) Calculs sur les nombres relatifs (rappels)
 - B) Fractions

2. Divisibilité, nombres premiers

- A) Divisibilité
- B) Nombres premiers et applications
- C) Application de la décomposition en nombres premiers

3. Racines carrées

- A) Racine carrée d'un nombre
- B) Principales propriétés

4. Puissances d'un nombre

- A) Puissances d'un nombre
- B) Règles de calcul
- C) Puissances de 10, écriture scientifique, unités

Devoin n'1

Calcul numérique

Calcul litténal

Calcul littéral

- A) Rappels
- Double distributivité, identités remarquables
- Développer C)
- D) Factoriser
- E) Utilisation d'un tableur

Equations

- A) Rappels sur les équations
- B) Equations-produits

Inéquations 7.

- A) Ordre et opérations (rappels)
- B) Inéquations

Devoin n'2



Rappels de résultats des années précédentes

- A) Droites
- B) Triangles
- C) Quadrilatères particuliers
- D) Angles
- E) Polygones réguliers

Trigonométrie

- A) Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu
- B) Propriétés

Devoins n'3



Informatique

Algorithmes

- Principes des algorithmes
 - Structure conditionnelle
- Boucles avec un nombre d'itérations défini C)
- Boucles avec sortie conditionnelle D)

Fonctions

- A) Notion de fonction
- Représentation des fonctions B)
- Exemple d'utilisation des tableurs

Devoin n'4

Fonctions linéaires, proportionnalité

- A) Fonctions linéaires
- B) Fonctions linéaires et proportionnalité
- c) Fonctions linéaires et pourcentage
- D) Grandeurs composées

Fonctions.

Fonctions affines

- A) Fonctions affines
- B) Fonctions affines et droites
- Accroissements

Devoin n'5

Configuration de Thalès, agrandissement et réduction

- A) Théorème de Thalès
- Réciproque du théorème de Thalès

Agrandissements, réductions, homothéties 6.

- A) Agrandissement, réduction
- B) Homothétie

Devoin n'6 (devoin type Snevet)

Informatique Statistiques, pπobabilité

Informatique: programmation Scratch

- A) Notion d'événement
- B) Variables
- C) Structures conditionnelles et boucles
- D) Sous-programme et blocs
- Programmation parallèle
- Notion de message

Devoin n'7

Statistiques

- A) Vocabulaire (rappels)
- B) Moyenne d'une série statistique
- C) Caractéristique et dispersion d'une série statistique
- D) Utilisation d'un tableur pour le traitement de données

Probabilités

- A) Modélisation d'une expérience aléatoire
- B) Probabilité d'un événement
- C) Probabilités et statistiques

Devoin n'8



Géométrie dans l'espace

- A) Rappels sur les solides usuels
- B) Sphères et boules
- C) Sections des solides usuels

Devoin n'9 (devoin type Snevet)





CALCUL NUMÉRIQUE

1. Calculs numériques (rappels)

A) CALCULS SUR LES NOMBRES RELATIFS (RAPPELS)

Ce chapitre contient des notions vues dans les classes précédentes.

1) Somme algébrique

Une somme algébrique est une suite d'additions et de soustractions de nombres.

✓ Une somme algébrique peut être ramenée à une expression sans parenthèses.

$$\left\{ \begin{array}{l} \textit{Exemple}: \\ (+5) - (+8) - (-3) + (-2) + (+1) = 5 - 8 + 3 - 2 + 1 \end{array} \right\}$$

► Il est interdit d'écrire 2 signes consécutifs ! \rightarrow +(-1) ou -1.

Calcul d'une somme algébrique

On simplifie l'écriture et on regroupe les termes ajoutés et les termes soustraits.

$$(+5) + (+8) - (+3) - (-2) + (-1) = 5 + 8 - 3 + 2 - 1$$

$$= 5 + 8 + 2 - 3 - 1$$

$$= 15 - 4$$

$$= 11$$

Remarque importante : s'il y a des parenthèses contenant une somme algébrique, on commence toujours par effectuer ces sommes algébriques.

Pour calculer
$$5 + (3-4,2) - (3-2,5)$$
 on doit d'abord effectuer $(3-4,2)$ et $(3-2,5)$. $5 + (3-4,2) - (3-2,5) = 5 + (-1,2) - (0,5) = 5 - 1,2 - 0,5 = 5 - 1,7 = 3,3$



A vous de jouer!

1

1) Calculer (les cases correspondent à des signes) :

2)
$$-(9-6)+10+(-5+3)=-(.....)+10+(.....)=-....+....=....=....$$

On peut changer l'ordre des termes d'une somme.

Exemple:
$$-4 + 9 + 4 - 9 = \underbrace{-4 + 4}_{=0} + \underbrace{9 - 9}_{=0} = 0$$

On voit dans cet exemple que changer l'ordre simplifie parfois les calculs!

Attention : quand on déplace un membre, on déplace le nombre et le signe qui le précède.

Multiplications de deux nombres relatifs

Règle des signes :

- ✓ Le produit de deux nombres relatifs de même signe est un nombre positif.
- ✓ Le produit de deux nombres relatifs de signes contraires est un nombre négatif.

La distance à 0 d'un produit de deux nombres est le produit de leur distance à 0.

$$a \times 0 = 0 \times a = 0$$

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

$$(+5) \times (+8) = 40$$
 $(+5) \times (-8) = -40$ $(-5) \times (+8) = -40$ $(-5) \times (-8) = 40$

$$(+5)\times(-8) = -40$$

$$(-5)\times(+8) = -40$$

$$(-5)\times(-8)=40$$

Remarque (rappel): on n'écrit jamais deux signes consécutifs.

$$2\times3,5$$
 incorrect \rightarrow $2\times(-3,5)$ correct



A vous de jouer !

(-5)×(+4) =	(-1,2)×(-2) =	(+5)×(-4) =
(-8)×(-4) =	(+12)×(-5) =	(-3)×(-4) =
(+2)×(+14) =	(-2)×(+14) =	(-14)×(+2) =
(−5)×1=	$(-1,2)\times 0=\dots$	(-3)×(-1) =

Le produit ne change pas si on change l'ordre des facteurs de la multiplication.

$$a \times b = b \times a$$

Le produit ne change pas si on regroupe des facteurs.

$$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

Application: si une multiplication comprend plus de deux facteurs, on peut la réorganiser afin de faciliter les calculs.

Le produit ne change pas si on décompose un facteur en un produit de facteurs.

Si,
$$b = c \times d$$
, $a \times b = a \times c \times d$

Exemple: $65 \times 6 = 13 \times 5 \times 3 \times 2 = (13 \times 3) \times (5 \times 2) = 39 \times 10 = 390$

On voit qu'on peut ainsi faciliter certains calculs.



3

Voici d'autres exemples de simplification de calculs.

$$(-5) \times (+4) \times 2 \times (-4) = (-5) \times \dots \times 4 \times \dots = (-10) \times (\dots) = \dots$$

$$(-15)\times(+32) = (-5)\times....\times2\times.... = (-5)\times2\times....\times... = (-10)\times.... = ...$$

Remarque importante :

- o Pour connaître le signe d'un produit de plusieurs nombres <u>non nuls</u>, on regarde le nombre de relatifs négatifs (donc le nombre de signes —). Si ce nombre est pair, le produit sera positif ; s'il est impair, le produit sera négatif.
 - o Si un produit contient le nombre 0, le produit est nul.

 $(-7)\times5\times(-8)$ est positif (facteurs non nuls. 2 signes –).

 $-4 \times (-7) \times 5 \times (-8)$ est négatif (facteurs non nuls. 3 signes –).

 $-4 \times (-7) \times 0 \times (-8)$ est nul (un des facteurs est nul).

Conseil : avant de calculer un produit, déterminer son signe !



A vous de jouer !



Compléter par >, < ou = sans calculer.

2×(-4)×5×(-8) 0	(facteurs non nuls. 2 signes –)
$-(-0,4)\times5\times(-8)$ 0	(facteurs non nuls signes –)
2×0×5×(-8)0	()

3) Divisions de deux nombres relatifs

Règle des signes :

- ✓ Le quotient de deux nombres relatifs de même signe est un nombre positif.
- ✓ Le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est un nombre négatif.

La distance à 0 d'un quotient de deux nombres est le quotient de leur distance à 0.

Cas particuliers:
$$\frac{a}{1} = a$$
 $\frac{a}{-1} = -a$ $\frac{a}{a} = 1$ $\frac{a}{-a} = -1$

Rappel: on ne peut pas diviser par 0!

Exemple:

$$(+5): (+8) = \frac{5}{8} = 0,625$$
 $(+5): (-8) = \frac{5}{-8} = -0,625$

$$(-5): (+8) = \frac{-5}{8} = -0.625$$
 $(-5): (-8) = \frac{-5}{-8} = 0.625$

$$\frac{5}{1} = 5$$
 $\frac{5}{-1} = -5$ $\frac{5}{5} = 1$ $\frac{5}{-5} = -1$



A vous de jouer !

$$(-5):(+4)=....$$

$$(-1,2):(-2)=\dots$$
 $(+5):(-4)=\dots$

$$(+5):(-4)=....$$

$$(-8):(-4)=....$$

$$(+12): (-5) = \dots$$
 $(-3): (-4) = \dots$

$$(-3):(-4)=....$$

$$(-1):(+8)=....$$

$$-20:(-4)=....$$

$$(-8):(+8)=....$$

$$(-1,2):(-1)=\dots$$
 $(+5):1=\dots$

$$(-8):(-8)=....$$

$$(+12):(-1)=....$$

$$(-3):1=....$$

4) Enchaînement d'opérations

Opérations sans parenthèses

La multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction.

Exemple:

$$A = 25 + (-3) \times 10 - 6 + 8 - 15$$

$$=25+(-30)-6+8-15$$

$$=25-30-6+8-15$$

$$=25+8-30-6-15$$

$$= 33 - 51$$

$$= -18$$

Remarque : dans cet exemple, on a des parenthèses mais il s'agit des parenthèses d'écriture du nombre relatif (-3).

Opérations avec des parenthèses

Lorsqu'une opération comprend des parenthèses, on calcule d'abord ce qu'il y a entre parenthèses avec les règles précédentes.

Lorsqu'il y a plusieurs niveaux de parenthèses, on emploie également des crochets. On commence par calculer les parenthèses les plus intérieures.

$$B = 3 + 2 \times (3 \times 4 + 2) - 10$$

$$=3+2\times(12+2)$$
 -10

$$= 3 + 2 \times 14 - 10$$

$$=3+28-10$$

$$=31-10$$

$$C = 3 \times 5 + 10 - [2 + (1 - 3 \times 6)]$$

$$=15+10-[2+(1-18)]$$

$$=15+10-[2+(-17)]$$

$$= 25 -(2-17)$$

$$=$$
 25 $-(-15)$

$$= 25 + 15$$



$$A = 25:5-6+(-3)\times4$$

=-6+(.....)
=-6-....

$$B = 4 + 5 \times 5 - 6 \times 4$$

=+....-....
==

$$C = (1+25:5)-6+2\times(-3+7)$$

$$=-6+2\times$$

$$=-6+.....$$

$$=+....$$

$$=+....$$

B) **FRACTIONS**

1) Écriture fractionnaire

- Un quotient peut se noter sous la forme d'une fraction $\frac{a}{b}$ (avec $b \neq 0$)
- a est le numérateur; b est le dénominateur.

$$\left\{ \text{ Exemples}: \frac{5}{-8} \quad et \quad \frac{-5}{-8} \text{ sont des fractions.} \right\}$$

Remarques : on présente un quotient négatif avec son signe devant la barre de fraction.

$$\boxed{\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}}$$

Si le numérateur et le dénominateur sont négatifs, on simplifie les signes.

$$\boxed{\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}}$$



A vous de jouer I



Réécrire :
$$\frac{6}{-7} = \dots$$
 ; $\frac{-6}{-7} = \dots$; $\frac{-6}{7} = \dots$

$$\frac{-6}{-7} = \dots$$

$$\frac{-6}{7} = \dots$$

Un nombre est rationnel s'il peut se mettre sous la forme d'une fraction $\frac{a}{b}$ où a et b sont deux nombres entiers relatifs.

Un nombre qui n'est pas rationnel est dit irrationnel.

 $\frac{2}{3}$; $4 = \frac{4}{1}$; $\frac{-5}{35}$; $-0.2 = \frac{-2}{10}$ sont des nombres rationnels.

Le nombre π est un nombre irrationnel.

Un nombre rationnel est décimal s'il peut se mettre sous la forme d'une fraction décimale $\frac{a}{a}$

où a est un nombre entier relatif, et b est une puissance de 10.

Une fraction est décimale si la division du numérateur par le dénominateur « tombe juste ».

Exemple:
$$4 = \frac{4}{1}; \frac{-3}{20} = \frac{-15}{100}$$
 sont des nombres décimaux.

$$\frac{1}{3}$$
 n'est pas un nombre décimal.

Sauf indication contraire, les rationnels non décimaux doivent être laissés sous forme de fraction et ne doivent pas être arrondis!

Exemple:
$$\frac{-3}{20} = -0.15$$

Mais $\frac{1}{3}$ ne doit pas être remplacé par 0,333333 car $\frac{1}{3} \neq 0$,333333

2) Fractions égales

On ne change pas la valeur d'une fraction en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

$$\begin{cases} Exemples : \frac{2}{7} = \frac{2 \times 3}{7 \times 3} = \frac{6}{21} \end{cases}$$

$$\frac{10}{-30} = \frac{10:10}{-30:10} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

Conséquence : les nombres rationnels ont une infinité d'écritures fractionnaires.

En particulier, tous les nombres rationnels peuvent s'écrire avec un numérateur et dénominateur entiers.

Deux fractions sont égales si leurs produits en croix sont égaux.

Si
$$b \neq 0$$
, $d \neq 0$ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si $ad = bc$

Exemples:
$$\frac{50}{-75} = \frac{-2}{3} \text{ car } 50 \times 3 = (-75) \times (-2) = 150$$

3) Fractions irréductibles

Les fractions irréductibles seront également étudiées dans le chapitre suivant.

Une fraction est sous forme irréductible lorsque le numérateur et le dénominateur sont des entiers ayant la plus petite distance à 0 possible, le dénominateur étant positif. Si la fraction correspond à un nombre entier, ce nombre entier est la forme irréductible.

Exemple 1:
$$\frac{50}{-75} = \frac{50:25}{-75:25} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$$
 est sous forme irréductible.

Autre méthode :
$$\frac{50}{-75} = \frac{\cancel{25} \times 2}{-\cancel{25} \times 3} = -\frac{2}{3}$$

Exemple 2: -7 est sous forme irréductible.

- Une forme irréductible ne comporte aucune virgule!
- > Rappel: on place le signe éventuel devant la fraction.
- > Un nombre rationnel ne possède qu'une seule écriture sous forme de fraction irréductible.



A vous de jouer!

8

- 1) Entourer les formes irréductibles : $\frac{-2}{5}$; $\frac{7}{21}$; $\frac{-1}{-2}$; $\frac{10}{11}$; -5 ; $\frac{91}{13}$
- 2) Compléter afin de trouver la forme irréductible.

$$\frac{-12}{15} = \frac{-12:\dots}{15:\dots} = -\frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{2,8}{24} = \frac{28}{\dots} = \frac{28:\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{-0,7}{-5,6} = \frac{7}{\dots} = \frac{\dots}{\dots : 7} = \frac{\dots}{\dots}$$

4) Additions et soustractions de fractions

Pour additionner (ou soustraire) deux fractions de même dénominateur :

- On additionne (ou soustrait) les numérateurs.
- On garde le dénominateur commun.
- ➤ Pour additionner (ou soustraire) deux fractions quelconques, il faut donc d'abord les mettre au même dénominateur.

$$\frac{-2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{-2+5}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{2\times5}{3\times5} - \frac{3\times3}{5\times3} = \frac{10}{15} - \frac{9}{15} = \frac{10-9}{15} = \frac{1}{15}$$

7

5) Multiplications de fractions

Rappel: prendre la fraction d'un nombre revient à multiplier ce nombre par la fraction.

Exemple: prendre les
$$\frac{3}{4}$$
 de 24.

$$\frac{3}{4} \times 24 = \frac{3 \times 24}{4} = \frac{3 \times 6 \times \cancel{A}}{\cancel{A}} = \frac{18}{1} = 18$$

Prendre la fraction d'une fraction revient à multiplier les deux fractions.

Exemple: prendre les $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$ revient à calculer $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$.



A vous de jouer!



Prendre les $\frac{3}{5}$ de 8 revient à calculer× Prendre le quart de 47 revient à calculer× Prendre les $\frac{7}{8}$ de $\frac{2}{5}$ revient à calculer× Prendre les deux tiers de 17 revient à calculer×

Pour multiplier deux fractions :

- On multiplie les numérateurs.
- On multiplie les dénominateurs.
- Avant de multiplier les numérateurs et dénominateurs, simplifier !
- Pensez à vérifier les signes ! (voir la règle des signes de la multiplication de 2 nombres relatifs.)
- Conseil : commencer à déterminer le signe du résultat avant de calculer.

Exemples:
$$\frac{-2}{3} \times \frac{5}{7} = -\frac{2 \times 5}{3 \times 7} = -\frac{10}{21}$$
 Le résultat est négatif (un seul signe –).
$$\frac{2}{3} \times (-\frac{9}{16}) = -\frac{2 \times 9}{3 \times 16} = -\frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 8} = -\frac{3}{8}$$



A vous de jouer !

10

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{3 \times \dots}{\cancel{5} \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$-\frac{3}{15} \times \left(-\frac{9}{2}\right) = \frac{\dots}{5} \times \frac{9}{2} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{5}{16} \times \left(-\frac{8}{3}\right) = \dots \frac{5 \times \dots}{16 \times \dots} = \dots \frac{5}{2 \times \dots} = \dots \frac{5}{\dots}$$

$$-\frac{28}{49} \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{\dots}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{\dots}{\dots}$$

Divisions de fractions

Soit un nombre a non nul. L'inverse de a est le nombre b tel que : $a \times b = b \times a = 1$

L'inverse de a est $\frac{1}{a}$.

Il ne faut pas confondre inverse et opposé!

L'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$; l'inverse de -4 est $\frac{1}{4}$.

Soit une fraction $\frac{a}{b}$ avec $a \neq 0$, $b \neq 0$.

L'inverse de la fraction $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$.

L'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$; l'inverse de $-\frac{1}{4}$ est -4.

Diviser par une fraction non nulle revient à multiplier par son inverse.

La règle des signes des multiplications s'applique donc aux divisions!

$$\frac{-2}{3}: \frac{5}{7} = -\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = -\frac{2 \times 7}{3 \times 5} = -\frac{14}{15}$$

$$\frac{\frac{-2}{3}}{\frac{5}{8}} = -\frac{2}{3} \times \frac{8}{5} = -\frac{16}{15}$$

$$\frac{-2}{3}$$
: $(-6) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3 \times 6} = \frac{2}{3 \times 3 \times 2} = \frac{1}{9}$



A vous de jouer !

$$\frac{4}{7}:\frac{3}{5}=\frac{4}{7}\times\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{\ldots\times\ldots}{7\times\ldots}=\frac{\ldots}{\ldots}$$

$$\frac{4}{7} : \frac{3}{5} = \frac{4}{7} \times \dots = \frac{1}{7 \times \dots} = \frac{1}{7 \times \dots} = \frac{4}{5} = \frac{4}{7} \times \dots = \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \dots = \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \dots = \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \dots = \frac{1}{5} \times \dots = \frac{$$

$$\frac{\frac{4}{5}}{7} = \frac{4}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{7}} = \frac{4}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

7) Enchaînement d'opérations

Les principes vus avec les nombres relatifs s'appliquent aux calculs avec les fractions :

- ✓ Les multiplications et divisions sont prioritaires sur les additions et soustractions.
- ✓ On commence par faire les opérations à l'intérieur des parenthèses.
- Les résultats doivent être mis sous forme de fractions irréductibles. Si les quotients sont exacts, on peut les mettre sous forme décimale.



A vous de jouer !



$$\frac{3}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{7} + \frac{4 \times \dots}{7 \times \dots} = \frac{3 \times \dots}{7 \times \dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} \times (3+1) = \frac{3}{5} - \frac{1}{5} \times \dots = \frac{3}{5} - \frac{\dots}{5} = -\frac{\dots}{\dots}$$

EXERCICES

Exercice 1

Calculer sans utiliser la calculatrice.

$$(-6) + (+4) =$$

$$(-2,1)+(+2,1)=$$

$$(+7) + (-4) =$$

$$(+3.2) + (-5) =$$

$$1.5 \times (-3) =$$

$$(-4)\times(-2)=$$

$$15:(-2)=$$

$$(-5) =$$

Exercice 2

Calculer sans utiliser la calculatrice.

$$A = -9 - (-5 + 1,7) + (8 - 1,6) - (+2,3) - (7 - 2,1)$$

$$B = -(-3) - (-4 + 1,7) + (-5,2-4) - (2,4-3)$$

$$C = 6 - 10 \times 2 + 4 \times (-3)$$

$$D = 9:4-1$$

$$E = 5 \times 3 - 9:2$$

$$F = (10-8:2)\times(6:2-8)-20:(5-1)$$

$$G = (2-3\times5):(9-5)-2\times[12-2\times(2\times1,1-0,7)]$$

Exercice 3

Mettre sous la forme d'une fraction irréductible :
$$\frac{-12}{27}$$
 ; $\frac{54}{27}$; $-\frac{52}{24}$; $\frac{2,8}{4}$

Exercice 4

Les fractions suivantes sont-elles égales ? $\frac{12}{7}$ et $\frac{156}{91}$; $-\frac{24}{19}$ et $\frac{116}{-95}$

Calculer (on mettra les résultats sous forme d'une fraction irréductible).

$$\frac{-1}{7} - \frac{20}{7}$$
 ; $\frac{3}{19} + \frac{31}{38}$; $\frac{5}{16} - \frac{16}{32}$; $\frac{2}{7} + \frac{1}{5}$

$$\frac{-5}{9} \times \frac{5}{7} \quad ; \quad \frac{8}{3} \times \frac{15}{3} \quad ; \quad \frac{12}{13} \times (-\frac{26}{3}) \quad ; \quad 6 \times \frac{21}{42} \quad ; \quad \frac{18}{7} : (-\frac{6}{5}) \quad ; \quad \frac{-\frac{24}{5}}{-\frac{8}{3}} \quad ; \quad \frac{5}{8} : \frac{1}{3}$$

 $B = \frac{1 - \frac{2}{5}}{2 + \frac{3}{11}}$

Exercice 6

Mettre les expressions suivantes sous forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{5}{9} : \frac{10}{7} \right)$$

Exercice 7

- 1) Écrire ces nombres sous forme d'une fraction irréductible : $\frac{25}{35}$; 0,2; $\frac{1,4}{20}$; $\frac{6}{1.5}$; 3,2
- 2) Parmi ces nombres, lesquels sont des nombres décimaux? Les réécrire sous forme de fraction décimale.

Exercice 8

Effectuer les opérations suivantes (on mettra les résultats sous forme d'une fraction irréductible).

Effectuer les opérations suivantes (on mettra les résultats sous forme d'une fraction irréductible).

$$A = -3 \times (2 - 7, 1) + (\frac{2}{5} - 3)$$

$$B = 2, 4 - 2 \times (\frac{3}{8} + 4)$$

$$C = 4 + \frac{3}{4}(1 - \frac{2}{3})$$

$$D = (4 \times \frac{1}{7} + 3) : (4 - \frac{1}{2})$$

$$E = \frac{\frac{1}{2} - \frac{2}{5}}{\frac{23}{5} - 2 \times (3 + \frac{1}{5})}$$

2. Divisibilité, nombres premiers

A) DIVISIBILITE

Dans ce chapitre, on ne considère que des nombres entiers positifs.

1) Diviseurs d'un nombre

a est un nombre entier positif. b est un nombre entier strictement positif.

b est un diviseur de a si le quotient de <u>la division euclidienne</u> de a par b a pour reste 0.

 $\frac{a}{b}$ est alors un nombre entier.

On dit également que a est divisible par b.

Si b est un diviseur de a, a est un multiple de b.

Il existe alors un entier k tel que : a = kb avec $k = \frac{a}{b}$

Exemple:

4 est un diviseur de 12 car 12:4 = 3 (reste 0). 12 est donc divisible par 4 12 est un multiple de 4 car $12 = 3 \times 4$

- Tout entier non nul a est divisible par lui-même ($\frac{a}{a} = 1$) et est divisible par 1 ($\frac{a}{1} = a$).
- > Tout nombre entier différent de 0 et 1 admet donc au moins 2 diviseurs : 1 et lui-même.
- \triangleright 0 est multiple de tout entier ($0 = 0 \times a$).



13

1) Compléter par : « est divisible » ou « n'est pas divisible» :

▶ 12 ______ par 3 ; 14 _____ par 7.

> 8 par 16; 56 par 8.

2) Compléter par : « multiple » ou « diviseur » :

> 36 est un _____ de 4 ; 20 est un ____ de 40.

▶ 14 est un de 7 ; 7 est un de 140.

3) Compléter par : « divise » ou « ne divise pas » :

▶ 9 3 ; 3 9.

▶ 8 48 ; 6 40.

2) Critères de divisibilité (rappels)

Critères de divisibilité (rappels)

- Divisibilité par 2 : nombres finissant par 0, 2, 4, 6 ou 8 (nombres pairs).
- Divisibilité par 3 : nombres dont la somme des chiffres est divisible par 3.
- Divisibilité par 5 : nombres finissant par 0 ou 5.
- Divisibilité par 9 : nombres dont la somme des chiffres est divisible par 9.
- Divisibilité par 10 : nombres finissant par 0.

Exemple:

732 est divisible par 2 et par 3 mais pas par 5 ni par 9 (car 7+2+3=12 et 12 est divisible par 3 mais n'est pas divisible par 9).



14

- 1) 9875 est divisible par _____ car il se termine par _____.
- 2) 158 564 est divisible par 4 car est divisible par .
- 3) 1569 est divisible par car $1+5+6+9=\dots$ et divisible par

· · · · · · · · ·

Mais 1569 n'est pas divisible par 9 car ______ n'est pas divisible par _____.

4) Compléter avec les nombres : 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 9 :

5892 est divisible par ______ mais pas par _____ et _____ et _____.

B) Nombres premiers et applications

1) Nombres premiers

Un nombre est premier s'il admet exactement deux diviseurs distincts : 1 et lui-même.

> 1 n'est pas un nombre premier.

Exemples:

Les nombres premiers inférieurs à 20 sont : 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19. 6 n'est pas premier car il est divisible par 3.





Détermination des nombres premiers de 1 à 100 par le crible d'Eratosthène.

- 1) Barrer tous les multiples de 2.
- 2) Le plus petit entier non encadré et non barré est 3. Encadrer 3.
- 3) Barrer tous les multiples de 3.
- 4) Le <u>plus petit</u> entier non encadré et non barré est . Encadrer ce nombre.
- 5) Barrer tous les multiples du nombre trouvé en
- 6) Continuer selon le même procédé.
- 7) Les nombres premiers entre 50 et 100 sont :

.....

	2	3	A	5	ø	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	62	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2) Décomposition d'un nombre en facteurs premiers

Tout nombre entier peut se décomposer en un produit de facteurs premiers.

Exemples:
$$14 = 2 \times 7$$
; $28 = 2 \times 2 \times 7 = 2^2 \times 7$

$$28 = 2 \times 2 \times 7 = 2^2 \times 7$$

- La décomposition est unique à l'ordre près.
- Les facteurs peuvent être identiques.

Méthode pour trouver la décomposition

On fait 2 colonnes. À gauche on met les quotients successifs, à droite les diviseurs premiers successifs en partant du plus petit. Le processus s'arrête quand le quotient vaut 1.





Décomposer 350 en produit de facteurs premiers.

C) APPLICATIONS DE LA DECOMPOSITION EN NOMBRES PREMIERS

1) Rendre une fraction irréductible

Une fraction est irréductible quand le numérateur et le dénominateur n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

Nous allons utiliser la décomposition en facteurs premiers pour rendre une fraction irréductible.

Méthode pour rendre une fraction irréductible

On cherche à rendre la fraction $\frac{90}{168}$ irréductible.

On décompose les 2 nombres en produit de facteurs premiers.

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \qquad 168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

Donc
$$\frac{90}{168} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7}$$

Si un facteur apparait dans les 2 décompositions, on le barre dans le numérateur et le dénominateur.

$$\frac{90}{168} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3 \times 5}{\cancel{2} \times 2 \times 2 \times \cancel{3} \times 7}$$

La fraction irréductible est donc $\frac{90}{168} = \frac{3 \times 5}{2 \times 2 \times 7} = \boxed{\frac{15}{28}}$





On veut rendre irréductible la fraction $\frac{231}{165}$.

1) On décompose 231 et 165 en produit de facteurs

2)
$$\frac{231}{165} = \frac{\cancel{3} \times \dots \times \dots}{\cancel{3} \times \dots \times \dots} = \frac{\dots}{5}$$
 est la fraction ______ égale à $\frac{231}{165}$.

231 = 3×.....×..... 165 = 3×.....×.....

2) Détermination du PGCD de 2 nombres

a, b sont des nombres entiers positifs. d est un nombre entier strictement positif. d est un diviseur commun de a et b si d divise à la fois a et b.

- Pour tous les nombres a et b, 1 est un diviseur commun de a et b.
- > Un diviseur commun à deux nombres est toujours plus petit que ces nombres.

Exemple: 8 est un diviseur commun de 32 et de 24 ($\frac{24}{8}$ = 3; $\frac{32}{8}$ = 4).

Les diviseurs de 24 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 Les diviseurs de 32 sont : 1, 2, 4, 8, 16, 32

Les diviseurs communs de 24 et 32 sont donc : 1, 2, 4, 8.

Le plus grand diviseur commun à deux nombres a et b est noté PGCD(a;b). (PGCD : initiales de Plus Grand Commun Diviseur)

Exemple:

Les diviseurs communs de 24 et 32 sont donc : 1, 2, 4, 8. Donc PGCD(24 ; 32)=8.

> Des nombres sont **premiers entre eux** si leur PGCD vaut 1. Il ne faut pas confondre nombre premiers et nombres premiers entre eux.

Méthode pour trouver le PGCD

On cherche PGCD(56; 168).

On décompose les 2 nombres en produit de facteurs premiers.

 $168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \qquad 90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

Si un facteur apparait dans les 2 décompositions, il sera un facteur du PGCD. On le met dans le PGCD et on le barre dans les décompositions.

 $168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$ $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ $PGCD(168;90) = 2 \times$

On continue jusqu'à ce qu'aucun nombre apparaisse dans les 2 décompositions.

 $168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$ $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ $PGCD(168;90) = 2 \times 3$

Donc: $PGCD(168:90) = 2 \times 3 = 6$





On veut déterminer PGCD(700; 135).

1) On décompose 700 et 135 en produit de facteurs

700	2	135	3
	2		3
175	5		
	5		5
7		1	
1			
	.×5××		××

2) PGCD(700; 135) =

Si on simplifie une fraction en divisant son numérateur et dénominateur par leur PGCD, on obtient une fraction irréductible.

> Si le dénominateur est 1, la forme irréductible de la fraction est celle de l'entier relatif correspondant au numérateur.

3) Détermination du PPCM de 2 nombres

a et b sont des nombres entiers positifs. M est un **multiple commun** de a et b si M est multiple de a et de b.

- Pour tous les nombres a et b, $a \times b$ est un multiple commun de a et b.
- > Il y a une infinité de multiples communs.

Le plus petit multiple commun à deux nombres a et b est noté PPCM(a;b).

(PPCM: initiales de Plus Petit Commun Multiple)

Exemple : PPCM (4;6)=12

Méthode pour trouver le PPCM

On cherche PPCM(56;168).

On décompose les 2 nombres en produit de facteurs premiers en utilisant les puissances.

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7$$
 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$

Si un nombre premier apparait dans au moins une des décompositions, on l'écrit avec la puissance la plus élevée qui apparait dans les décompositions.

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7$$
 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ PPCM(168;90) = $2^3 \times$

On continue pour les nombres premiers 3, 5 et 7.

$$PPCM(168;90) = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2520$$





On veut déterminer le PPCM de 700 et 135. On reprend les résultats de AVDJ 18

1) On décompose 700 et 135 en produit de facteurs

$$700 = 2^{\dots} \times 5^{\dots} \times \dots$$
 $135 = 3^{\dots} \times \dots$

- 2) Les nombres premiers qui sont dans la décomposition de 700 ou de 135 sont : 2, ...,
- 3) $PPCM(700;135) = 2^{.....} \times 3^{.....} \times =$

EXERCICES

Exercice 9

On considère 3 entiers non nuls a, b, c tels que : a = bc . Compléter les phrases suivantes avec les mots diviseur, divisible, multiple, divise.

0	a est	par <i>b</i>
0	c est un	de <i>a</i> .
0	b	a.
0	a est un	de <i>c</i> .

Exercice 10

Sans faire de calcul, mettre O si le nombre est divisible par le nombre figurant en colonne, et N s'il n'est pas divisible.

	2	3	4	5	9	10
5236						
875						
98520						

Exercice 11

Je suis un nombre compris entre 268 et 300 divisible par 9 et dont le chiffre des unités est 7. Qui suis-je ?

Exercice 12

1) Déterminer les diviseurs de 48 et de 18.

En déduire les diviseurs communs de 48 et 18 puis le PGCD de 48 et 18.

- 2) Retrouver le résultat précédent en décomposant 48 et 18 en produit de facteurs premiers.
- 3) Déterminer le PPCM de 48 et 18.

Exercice 13

- 1) Déterminer les décompositions en facteurs premiers de 256 et 480.
- 2) Déterminer la fraction irréductible égale à $\frac{256}{480}$

Exercice 14

Un fleuriste dispose de 378 tulipes jaunes et 270 tulipes rouges. Il veut faire le plus grand nombre de bouquets identiques. Combien pourra-t-il faire de bouquets. Quelle sera la composition d'un bouquet ?

Exercice 15

Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours d'un même circuit. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes. Quand vont-elles pour la première fois après le départ se retrouver ensemble sur la ligne de départ ?

3. Racines carrées

A) RACINE CARREE D'UN NOMBRE

a est un nombre positif.

La racine carrée de a est l'unique nombre positif dont le carré vaut a.

- La racine carrée de a se note \sqrt{a}
- Le symbole $\sqrt{}$ est appelé radical.

Exemple: 3 est l'unique nombre positif dont le carré vaut 9. Donc $\sqrt{9} = 3$



- 4 est la racine carrée de _____ car $4 \times 4 = \dots$ Cela s'écrit : $4 = \sqrt{\dots}$
- 64 a pour racine carrée car×.... = 64 . Cela s'écrit : $\sqrt{.....}$ = 8

Un nombre positif est un carré parfait si sa racine carrée est un entier.

Exemple: 16 est un carré parfait, mais pas 10 (aucun nombre entier multiplié par lui-même ne donne 10).

Il faut connaître les carrés parfaits jusqu'à 144. Ce sont les carrés des nombres entiers jusqu'à 12.

1
$$(\sqrt{1} = 1)$$
 4 $(\sqrt{4} = 2)$ 9 $(\sqrt{9} = 3)$ 16 $(\sqrt{16} = 4)$ 25 $(\sqrt{25} = 5)$ 36 $(\sqrt{36} = 6)$

$$16 (\sqrt{16} = 4)$$

25
$$(\sqrt{25} = 5)$$
 36 $(\sqrt{36} =$

49
$$(\sqrt{49} = 7)$$
 64 $(\sqrt{64} = 8)$ 81 $(\sqrt{81} = 9)$ 100 $(\sqrt{100} = 10)$ 121 $(\sqrt{121} = 11)$ 144 $(\sqrt{144} = 12)$

Remarque: $\sqrt{0} = 0$



Écrire les carrés parfaits de 1 à 144 :

B) PRINCIPALES PROPRIETES

1) Ordre

a et b sont des nombres positifs. Si a < b alors $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

Exemple: 12 < 15 donc
$$\sqrt{12} < \sqrt{15}$$
 $(\sqrt{12} \approx 3,46 \ \sqrt{15} \approx 3,87)$

Application: encadrement d'une racine carrée entre 2 entiers.

Exemple:
$$81 < 98 < 100$$
 donc $9 < \sqrt{98} < 10$ $(\sqrt{98} \approx 9,90)$



22

Encadrer avec 2 carrés parfaits : < 56 < Donc $< \sqrt{56} <$

2) Multiplication de racines carrées

 $\it a$ et $\it b$ sont des nombres positifs.

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

Justification de la première égalité :

 \sqrt{ab} est l'unique nombre positif tel que $(\sqrt{ab})^2 = ab$

 $(\sqrt{a}\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2(\sqrt{b})^2 = ab$ donc le carré de $\sqrt{a}\sqrt{b}$ vaut également ab.

On en déduit que $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

$$\left\{ Exemple: \sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \right\}$$

> Attention : la propriété précédente n'est pas valable pour l'addition et la soustraction.

Exemples:
$$\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$
 mais $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4+3=7$

Conséquence : a est un nombre positif. $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$

Exemples:
$$(\sqrt{3})^2 = 3$$
 et $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$



A vous de jouer !

23

$$\sqrt{15} = \sqrt{3} \times \dots = \sqrt{3} \times \sqrt{\dots} \quad ; \quad \sqrt{35} = \sqrt{7} \times \dots = \sqrt{7} \times \sqrt{\dots} \quad ; \quad \sqrt{7} \times \sqrt{3} = \sqrt{7} \times \dots = \sqrt{\dots}$$

Application: rendre un radical le plus petit possible

Exemple : écrire $\sqrt{63}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un nombre relatif et b est un entier le plus petit possible.

$$\sqrt{63} = \sqrt{7 \times 9} = \sqrt{7 \times 3^2}$$

On décompose le nombre sous le radical en un produit de facteurs en essayant de faire apparaître un des facteurs sous forme d'un carré.

$$\sqrt{63} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$$

On utilise la formule : $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ puis le fait que $\sqrt{a^2} = a$

- > On peut également utiliser la décomposition en facteurs premiers.
- > En règle générale, lors d'un calcul, même si cela n'est pas précisé, les nombres sous les radicaux doivent être les plus petits possibles.



A vous de jouer !



$$\sqrt{18} = \sqrt{2} \times \dots = \sqrt{2} \times \dots = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{3} \times \dots = \sqrt{\dots \times \dots^{2}} = \dots \sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{3} \times \dots = \sqrt{\dots \times \dots^{2}} = \dots \sqrt{\dots}$$

$$5\sqrt{2} = \sqrt{2} \times \dots^{2} = \sqrt{2} \times \dots = \sqrt{\dots}$$

$$3\sqrt{5} = \sqrt{5} \times \dots^{2} = \sqrt{5} \times \dots = \sqrt{\dots}$$

Les racines carrées sont des nombres ! À l'exception des racines des carrés parfaits, les racines sont des nombres <u>irrationnels</u> : il faut donc les laisser telles quelles (sauf si on vous demande un résultat sous forme d'arrondi).



Les exercices 16 à 18 doivent être faits sans calculatrice en détaillant les étapes.

Exercice 16

Encadrer en justifiant avec 2 entiers consécutifs $\sqrt{29}$ et $\sqrt{129}$.

Exercice 17

Calculer: $\sqrt{36}$; $\sqrt{4900}$; $\sqrt{0.81}$

Exercice 18

Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un nombre relatif et b est un entier positif le plus petit possible.

$$\sqrt{20}$$
 ; $\sqrt{72}$; $3\sqrt{28}$; $\frac{2}{\sqrt{5}}$; $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{14}}$

Exercice 19

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que : AB=3 cm et AC=5 cm. Que vaut BC ? On demande la valeur <u>exacte</u> et la valeur arrondie au mm près.

4. Puissances d'un nombre

A) Puissances d'un nombre

a est un nombre relatif et n un nombre entier positif.

 a^n est le produit de n facteurs égaux : $a^n = \underbrace{a \times a \times ... \times a}$

 a^n se lit : « a exposant n » ou « a puissance n ».

 a^2 se lit : « a au carré » ; a^3 se lit : « a au cube».

Cas particuliers : $a^1 = a$ Par convention : $a^0 = 1$

Remarque: 0^0 n'a pas de sens.

Exemples:

$$A = 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$
 $B = (-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$ $C = 15^0 = 1$

Remarque: pour B, il faut faire attention aux parenthèses!





$$5^3 = \dots \times \dots \times \dots = \dots$$
 ; $(-2)^4 = \dots \times \dots \times \dots = \dots$; $9^0 = \dots$

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 = \dots$$
; $(-6) \times (-6) \times (-6) = \dots$; $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \dots$

a est un nombre relatif non nul et n un nombre entier positif

 a^{-n} est l'inverse de a^n : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Cas particulier: $a^{-1} = \frac{1}{a}$ est l'inverse de a

Exemples:

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$$
 $(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = -\frac{1}{64}$ $15^{-1} = \frac{1}{15}$

$$15^{-1} = \frac{1}{15}$$



A vous de jouer I

$$5^{-3} = \frac{1}{\dots^3} = \frac{1}{\dots \times \dots \times \dots} = \frac{1}{\dots}$$
 ; $9^{-1} = \frac{\dots}{\dots}$

Signe d'une puissance

a est un nombre relatif non nul et n un nombre entier positif.

- Si n est pair, alors a^n et a^{-n} sont des nombres positifs.
- Si n est impair, alors a^n et a^{-n} sont du même signe que a.

<u>Justification</u>: il s'agit d'une application de la règle des signes vue pour les nombres relatifs.

Les puissances d'un nombre positif sont donc toujours positives !

Exemples:

- 3⁵ est positif (*a* positif)
- $(-4)^5$ est négatif (*n* impair, *a* négatif)
- $(-7)^{-6}$ est positif (*n* pair)



A vous de jouer !



En vous inspirant des exemples précédents, compléter par positif ou négatif :

- Attention aux parenthèses : ne pas confondre $(-4)^6$ qui est positif et -4^6 qui est négatif !

Calcul des expressions contenant des puissances

Les principes vus précédemment s'appliquent :

- Les calculs de puissances sont prioritaires (comme les multiplications et les divisions), sur les additions et les soustractions.
 - On effectue d'abord les calculs des expressions entre parenthèses.

Exemple: calculer
$$5^2 - 3 \times (2^3 - 4)$$

$$5^2 - 3 \times (2^3 - 4) = 25 - 3 \times (8 - 4)$$
 On calcule les puissances.

$$=25-3\times4$$
 On calc

On calcule l'expression entre parenthèses (8-4).

$$= 25 - 12$$

On effectue la multiplication 3×4 .

$$= 13$$

On effectue la soustraction.



A vous de jouer

28

$$2 \times (5-4^{2}) + 3 \times 2^{3} = 2 \times (5-4 \times) + 3 \times 2 \times \times$$

$$= 2 \times (5-.....) +$$

$$= 2 \times +$$

$$= -..... +$$

B) Règles de calcul

On généralise aux nombres relatifs quelconques les règles vues en classe de 4^{ème} sur les puissances de 10.

a et b sont des nombres relatifs non nuls. n et m sont des entiers relatifs.

$$a^{m} \times a^{n} = a^{m+n} \qquad \frac{a^{m}}{a^{n}} = a^{m-n} \qquad (a^{m})^{n} = a^{mn}$$
$$(ab)^{n} = a^{n}b^{n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \frac{a^{n}}{b^{n}}$$

Remarque:
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Justification: on supposer que n et m sont strictement positifs et que $m \ge n$. Les autres cas peuvent s'en déduire.

$$a^m \times a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{m \text{ facteurs}} \times \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{m+n \text{ facteurs}} = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = \underbrace{\frac{a \times a \times \ldots \times a}{\substack{m \text{ facteurs} \\ a \times a \times \ldots \times a}}}_{\substack{n \text{ facteurs}} = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{\substack{m-n \text{ facteurs}}} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = \underbrace{(a \times a \times ... \times a)}_{m \text{ facteurs}} \times \underbrace{(a \times a \times ... \times a)}_{m \text{ facteurs}} ... \times \underbrace{(a \times a \times ... \times a)}_{m \text{ facteurs}} = a^{mn}$$

$$(ab)^n = \underbrace{ab \times ab \times \ldots \times ab}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}} \times \underbrace{b \times b \times \ldots \times b}_{n \text{ facteurs}} = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{\frac{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}}_{p \text{ facteurs}}}_{n \text{ facteurs}} = \frac{a^n}{b^n}$$

Exemples:

$$5^{6} \times 5^{2} = 5^{6+2} = 5^{8}$$
; $5^{6} \times 5^{-2} = 5^{6-2} = 5^{4}$; $(5^{6})^{2} = 5^{6 \times 2} = 5^{12}$; $(5^{6})^{-2} = 5^{-6 \times 2} = 5^{-12}$; $6^{8} = (2 \times 3)^{8} = 2^{8} \times 3^{8}$; $5^{-2} = \frac{1}{5^{2}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2}$; $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \frac{3^{-2}}{5^{-2}} = \frac{5^{2}}{3^{2}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{2}$



29

$5^3 \times 5^4 = 5^{3+} = 5$	$5^3 \times 5^{-4} = 5^{3-\dots} = 5$	$(5^3)^{-4} = 5^{3 \times (-\dots)} = 5$
$\frac{5^3}{5^4} = 5^{3-\dots} = 5$	$\frac{5^3}{5^{-4}} = 5^{3-\dots} = 5$	$\frac{5^3}{2^3} = \left(\frac{\dots}{\dots}\right)^3$
$12^3 = (4 \times)^3 = 4^{} \times^{}$	$3^{-8} = \frac{1}{3^{\cdots}}$	$7^5 \times 5^5 = (7 \times)^5 =$

C) Puissances de 10, ecriture scientifique, unites

1) Puissances de 10

Écriture décimale d'une puissance de 10

Si n est un nombre supérieur à 1 :

$$10^{n} = 1\underbrace{00...0}_{n \text{ zéros}} \qquad 10^{-n} = \underbrace{0,0...0}_{n \text{ zéros}} 1$$

Cas particulier : $10^0 = 1$

Exemples:
$$10^6 = 1000000$$
; $10^{-6} = 0.000001$

Les règles de calcul sont identiques à celles vues en B).

Opérations sur les puissances de 10

n et *m* sont des entiers relatifs.

$$10^{m} \times 10^{n} = 10^{m+n} \qquad \qquad \frac{10^{m}}{10^{n}} = 10^{m-n} \qquad (10^{m})^{n} = 10^{mn}$$

$$\left\{ \text{ Exemples} : 10^6 \times 10^{-4} = 10^2 \quad ; \quad 10^3 \times 10^{-4} \times 10 = 10^{3-4+1} = 10^0 = 1 \quad ; \quad \frac{10^3}{10^{-4}} = 10^{3-(-4)} = 10^7 \right.$$

> Il n'y pas de règles de calcul pour les sommes et différences de puissances de 10.

En particulier la somme de puissances de 10 n'est pas toujours une puissance de 10!

$$\left\{ Exemple: 10^2 + 10 = 110 \right\}$$

Les produits et quotients de nombres de la forme $a \times 10^n$ s'écrivent sous la forme $a \times 10^n$.

Calcul d'un produit ou d'un quotient de nombres de la forme $a \times 10^n$

- On regroupe les nombres autres que les puissances de 10 d'une part, et les puissances de 10 d'autre part.
- On effectue les opérations de chaque groupe.
- On écrit le résultat sous la forme demandée (nombre décimal, fraction...).

Exemple: calcul de
$$\frac{1,2\times10^{2}\times5\times10^{-5}}{4\times10^{4}}$$
$$\frac{1,2\times10^{2}\times5\times10^{-5}}{4\times10^{4}} = \frac{1,2\times5}{4}\times\frac{10^{2}\times10^{-5}}{10^{4}} = 1,5\times10^{2-5-4} = 1,5\times10^{-7}$$



Écrire sous la forme $a \times 10^n$ puis sous forme décimale : $\frac{3 \times 10^{-2} \times 12 \times 10^4}{5 \times 10^3}$.

$$\frac{3 \times 10^{-2} \times 12 \times 10^{4}}{5 \times 10^{3}} = \frac{\dots \times \dots \times 10^{\dots \times$$

2) Écriture scientifique

Notation scientifique

Un nombre décimal positif est écrit en notation scientifique s'il est écrit sous la forme :

 $a \times 10^n$ avec $1 \le a < 10$ et *n* entier relatif

Un nombre décimal négatif est écrit en notation scientifique s'il est écrit sous la forme :

$$-a \times 10^n$$
 avec $1 \le a < 10$ et *n* entier relatif

Cas particuliers:

- ✓ L'écriture scientifique de $a \times 10^{\circ}$ est a.
- ✓ L'écriture scientifique $a \times 10^1$ est $a \times 10$.

Exemples: écrire en notation scientifique 823,5 et -0.08235.

$$823,5 = 8,235 \times 10^{2}$$
 ; $-0,08235 = -8,235 \times 10^{-2}$; $-52 = -5,2 \times 10$



A vous de jouer!

• Encadrez les nombres écrits en écriture scientifique :

$$56\times10^2$$
 ; -5×10^3 ; -3 ; -2.25×10^{-2} ; -3×10 ; 0.6×10^3 ; 50

Écrire en notation scientifique :

$$5645,6 = 5,6456 \times 10^{-10}$$
; $0,025 = 2,5 \times 10^{-10}$; $-100,25 = ... \times 10^{-10}$

3) Unités multiples et sous-multiples

Exemple préliminaire :

Pour mesurer des longueurs, on utilise différentes unités de longueur définies par rapport au **mètre** : le millimètre (mm), le centimètre (cm),le décimètre (dm), le décamètre (dam), l'hectomètre (hm) et le kilomètre (km).

Le préfixe milli correspond à 10^{-3} : $1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m} = 10^{-3} \text{ m}$

De même:

Le préfixe kilo correspond à 10^3 : $1 \text{ km} = 1000 \text{ m} = 10^3 \text{ m}$

À partir d'une unité, on définit ses unités multiples (puissances de 10 positives) et sousmultiples (puissances de 10 négatives) en lui accolant un préfixe.

Voici les préfixes et leur puissance de 10 correspondante :

	préfixe	symbole	Puissance de 10
multiples	giga	G	10 ⁹
	méga	М	10 ⁶
	kilo	k	10 ³
Ę	hecto	h	10 ²
d	déca	da	10
σ	déci	d	10^{-1}
O I			۱ ,
tiple	centi	С	10 ⁻²
multiple	centi milli	c m	10 ⁻² 10 ⁻³
Sous-multiples			

Exemples:

$$1 \mu m = 10^{-6} m = 0,000001 m$$

Le watt (symbole W) est une unité de puissance.

$$1 \text{ GW} = 10^9 \text{ W} = 1 000 000 000 \text{ W}$$

Remarques:

- ✓ Les préfixes existent pour toutes les puissances d'exposant compris entre -3 et 3. Pour les puissances plus petites ou plus grandes, ils n'existent que pour les puissances d'exposant multiples de 3.
 - ✓ Il existe d'autres préfixes!
 - ✓ Il faut bien respecter l'écriture des préfixes : en particulier, le « kilo » s'écrit k et non K.

✓ Certains préfixes ne sont pas utilisés pour certaines unités : on ne parle pas de megamètre (Mm) ou de mégagramme (Mg) ! C'est le cas en particulier quand d'autres unités existent (par exemple 1 Mg vaut 1 tonne).

32

1 nm se lit un

Il s'agit d'une unité du mètre.

 $1 \text{ nm} = 10^{-\dots} \text{ m} = 0, \dots \text{ m}$

Le wattheure (Wh) est une unité d'énergie électrique.

1 MWh se lit un

Il s'agit d'une unité du



A vous de jouer !

33

$$1 \mu m = 10^{....} m$$
 donc $1 m = 10^{....} \mu m$

$$1~\text{nm} = 10^{\cdots\cdots}~\text{m} = 10^{\cdots\cdots} \times 10^{\cdots\cdots}~\text{\mu}\text{m} = 10^{\cdots\cdots}~\text{\mu}\text{m}$$

$$1 \text{ kW} = 10^{\dots} \text{ W}$$
 donc $1 \text{ W} = 10^{\dots} \text{ kW}$

$$1 \text{ GW} = 10^{\dots} \text{ W} = 10^{\dots} \times 10^{\dots} \text{ kW} = 10^{\dots} \text{ kW}$$

EXERCICES

Exercice 20

Donner l'écriture décimale de :

$$2^4 \quad ; \quad (-3)^3 \quad ; \quad -(-5)^2 \quad ; \quad 2^{-2} \quad ; \quad 10^{-2} \quad ; \quad (-10)^2 \quad ; \quad -10^4 \quad ; \quad (-100)^3$$

Exercice 21

Compléter.

$$3^{5} \times 3^{4} = 3^{\cdots}$$
 ; $7^{-5} \times 7^{2} = 7^{\cdots}$; $5 \times 5^{\cdots} = 5^{-2}$; $5^{\cdots} \times 5^{-3} = 5^{4}$
 $\frac{4^{4}}{4^{5}} = 4^{\cdots}$; $\frac{5^{4}}{5^{\cdots}} = 5^{9}$; $\frac{10}{10^{5}} = 10^{\cdots}$; $\frac{6^{\cdots}}{6^{7}} = 6^{-8}$

Exercice 22

 $\text{\'ecrire sous forme de fraction}: \left(\frac{2}{3}\right)^2 \qquad ; \qquad \left(\frac{2}{5}\right)^{\!\!-2} \qquad ; \qquad \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \qquad ; \qquad \left(-\frac{1}{2}\right)^4$

Exercice 23

Écrire sous la forme de la puissance d'un seul nombre : $\frac{6^2 \times 6^{-3}}{6^5}$; $\frac{2^8 \times 3^8}{6^{-5}}$; $\frac{\left(2^3\right)^5 \times 4^{-8}}{2^{-1}}$

Exercice 24

Donner l'écriture décimale et scientifique des nombres suivants (attention au + dans le dernier nombre !).

$$A = \frac{270 \times 10^{2}}{9 \times 10^{-1}} \qquad ; \qquad B = \frac{1,5 \times 10^{-3} \times 10^{5}}{3 \times 10^{6}} \qquad ; \qquad C = \frac{2^{2} \times 2,1 \times \left(10^{-5}\right)^{2} \times 5^{2}}{0,07}$$

$$D = \frac{12 \times 10^{2}}{1,5 \times 10^{-1}} \qquad ; \qquad E = \frac{1,5 \times 10^{-1} + 2,1 \times 10^{2}}{3 \times 10^{-1}}$$

Exercice 25

Compléter le tableau :

Symbole	Nom	Exemple de conversion
1 μg	1	kg
1	1 mégawatt	GW
1 nm	1	cm

Exercice 26

En informatique, la grandeur de base est le **bit** (binary digit). Un bit est un élément pouvant être égal à 0 ou à 1. Un octet (symbole :o) est un ensemble de 8 bits par exemple 10010101 est un octet.

- 1) Combien un megaoctet contient-il de bits?
- 2) Combien un disque dur de 120 Go peut-il contenir de fichiers faisant 250 ko?



Avant de se lancer dans le devoir, place à un petit échauffement!

Chaque question de ce QCM traite d'un point important rencontré dans les précédents chapitres.

Ce sera l'occasion de vérifier votre bonne acquisition des notions en jeu, avant de les retrouver dans votre devoir. Attention, une question peut avoir plusieurs réponses exactes...

Les corrections de ce QCM, placées en fin de manuel, permettront de vous autoévaluer et d'identifier les éventuels points qu'ils convient de consolider avant de partir à l'assaut du devoir ; une reprise préalable des notions qui vous assurera une super note!

 1) Notion → Diviseur et multiple Vrai ou faux : si a est un diviseur de b, b est un multiple de a. o Vrai o Faux 	Brouillon
 2) Notion → Nombres premiers Quelles sont les affirmations vraies ? • Un nombre est premier s'il admet un seul diviseur : luimême • Un nombre premier admet exactement deux diviseurs • Un nombre est premier s'il admet pour uniques diviseurs 1 et lui-même • 1 est un nombre premier 	
3) Notion \rightarrow Fractions irréductibles Quelles sont les fractions irréductibles? o $\frac{15}{27}$ o $\frac{18}{29}$ o $\frac{588}{686}$ o $\frac{191}{367}$ o $\frac{5}{6}$	
4) Notion → PGCD Le PGCD est le : Plus Gentil Connu Diviseur Plus Grand Connu Diviseur Plus Gros Commun Diviseur Plus Grand Commun Diviseur Notion → PBCM	
5) Notion → PPCM Quel est le PPCM de 12 et 4 ?	

6) No	otion → Carré parfait	
Quels	sont les carrés parfaits ?	
0	49	
0	525	
0	121	
0	156	
7) No	otion → Racine carrée	
$\sqrt{a} \times 1$	$\sqrt{\mathrm{b}}$ est égal à :	
0	$\sqrt{a+b}$	
0	\sqrt{ab}	
0	√a x b	
8) No	otion → Inverse	
L'inve	rse de a ⁿ est :	
0	a ⁻ⁿ	
0	1/a ⁻ⁿ	
0	1/a ⁿ	
0	(1/a) ⁿ	
•	otion → Puissances	
$(-6)^{-}$	⁻¹² est un nombre :	
0	•	
0	Positif	
_	otion → Ecriture scientifique	
Quels	sont les nombres écrits en écriture scientifique ?	
0	$208,05 \times 10^{-5}$	
0	0.78×10^3	
0	1,54	
0	2,9734 × 10 ⁴⁵	

Composez maintenant le devoir n°1